Szeregowy obwód rezonansowy

Impedancja obwodu:

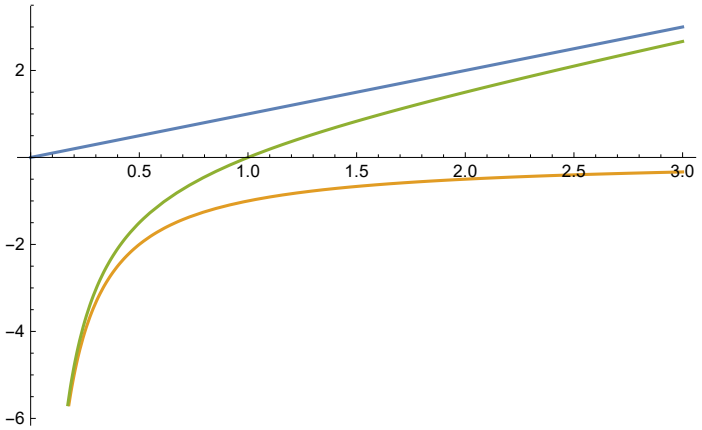
In[ ]:=
```
z = R + I (ω L - 1/(ω C))
```
jedność urojona

Out[ ]=
$$R + i\left(-\frac{1}{C\,\omega} + L\,\omega\right)$$

Zależność reaktancji od pulsacji:

In[ ]:=
```
Plot[{ω L //. {L → 1, C → 1},
```
wykres stała
```
  -1/ω/C //. {L → 1, C → 1}, ω L - 1/ω/C //. {L → 1, C → 1}}, {ω, 0, 3}]
```
stała stała stała stała

Out[ ]=



Prąd w obwodzie: I=U/z (zespolone!)

Napięcie na kondensatorze: Uc=I (-j 1/ω C) = U/z * (-j 1/ω C);

Uc, U oraz z - zespolone!

A zatem iloraz napięć zespolonych Uc/U

In[ ]:=
```
Ku = (-I/(ω C)) / z
```

Out[ ]=
$$-\frac{i}{C\,\omega\left(R + i\left(-\frac{1}{C\,\omega} + L\,\omega\right)\right)}$$

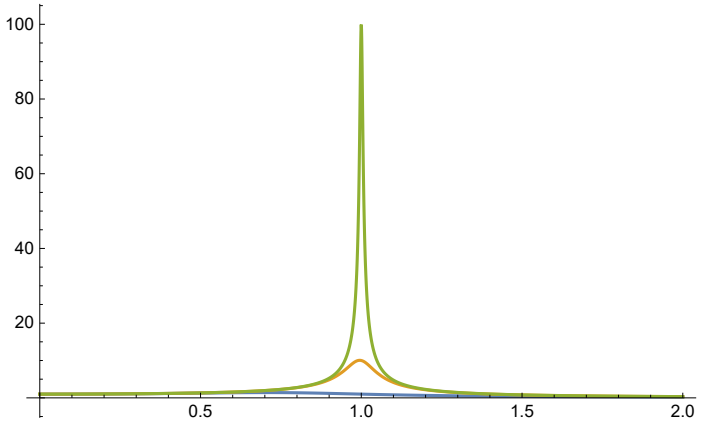
Podstawiamy: pulsacja rezonansowa : ω0^2 = 1/LC, dobroć cewki : $\frac{\omega L}{R} = Q$, unormowana pulsacja: $\frac{\omega}{\omega 0}$=x

In[ ]:=
```
Kun = Simplify[Ku //. {ω → x ω0, C → 1/(ω0^2 L), R → ω L/Q},
```
uprość stała
```
  Assumptions → {L > 0, , R > 0, ω0 > 0}]
```
założenia

Out[ ]=
$$\frac{Q}{Q + i\,x^2 - Q\,x^2}$$

In[•]:=
```
Plot[{Abs[Kun /. Q → 1], Abs[Kun /. Q → 10], Abs[Kun /. Q → 100]},
 {x, 0, 2}, PlotRange → All]
```
wykres | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | zakres wykresu | wszystko

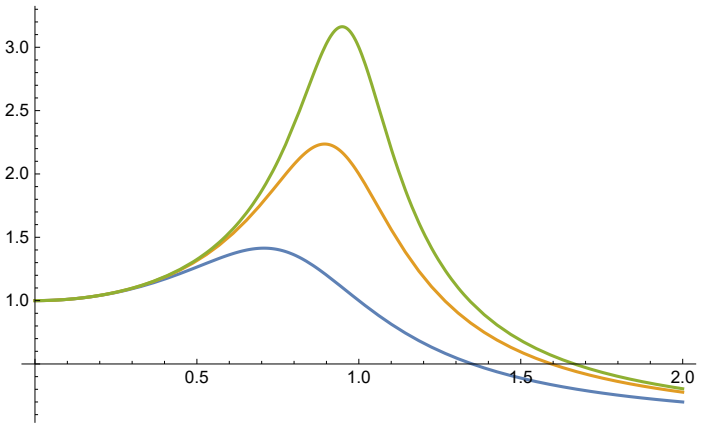
Out[•]=



Jak widać, przy Q=100 napięcie na kondensatorze może być, przy ω=ω0, ok. 100 razy większe niż napięcie zasilające obwód (przepięcie)

In[•]:=
```
Plot[{Abs[Kun /. Q → 1], Abs[Kun /. Q → 2], Abs[Kun /. Q → 3]}, {x, 0, 2}, PlotRange → All]
```
wykres | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | zakres wykresu | wszys

Out[•]=



Jak widać, dla małych dobroci Q<10, maksimum modułu Uc występuje dla pulsacji nieco mniejszej niż rezonansowa. Wynika to z faktu, że dla ω0 moduł impedancji jest wprawdzie najmniejszy, ale gdy pulsacja maleje, to reaktancja kondensatora rośnie. Gdy moduł impedancji ma w pobliżu ω0 przebieg dość płaski (a tak właśnie jest dla małych dobroci cewki) to efekt wzrostu reaktancji kondensatora dla ω<ω0 jest silniejszy niż malenie prądu i dlatego moduł Uc osiąga wartość maksymalną nieco na lewo od ω0 czyli x nieco mniejsze niż 1.

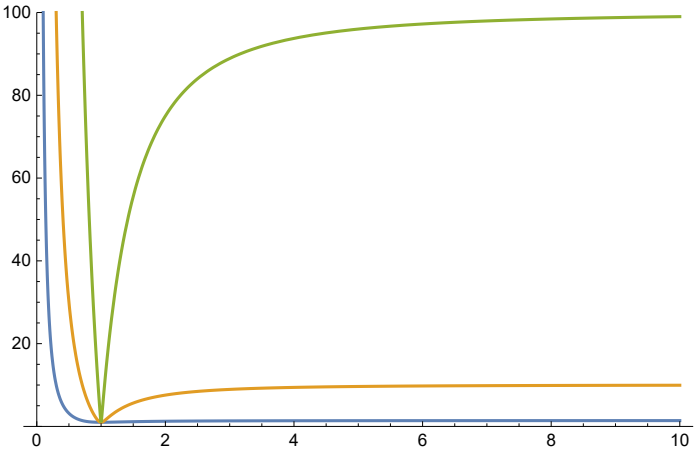
Zależność modułu impedancji od pulsacji unormowanej x:

In[•]:=
```
Simplify[z //. {ω → x ω0, C → 1 / (ω0^2 L), L → R Q / ω},
 Assumptions → {L > 0, , R > 0, ω0 > 0}]
```
uprość | stała | założenia

Out[•]=
$$R + \frac{i\,Q\,R\,\left(-1+x^2\right)}{x^2}$$

In[ ]:=
```
Plot[{Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 1}], Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 10}],
 Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 100}]}, {x, 0, 10}, PlotRange → {0, 100}]
```
wykres | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | zakres wykresu

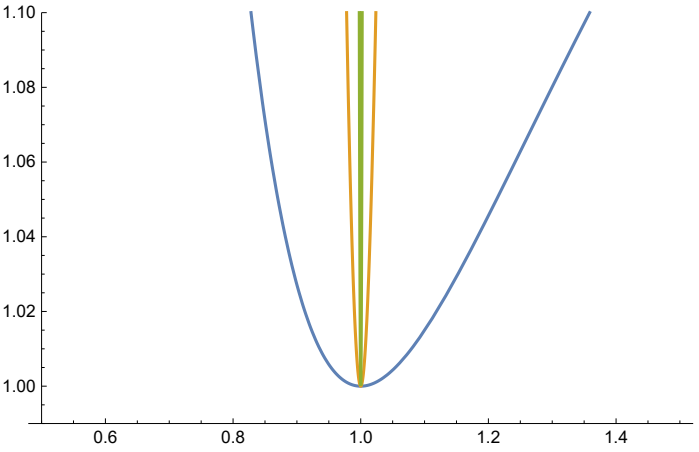
Out[ ]=



Jak widać, moduł impedancji dla Q=1 ma w pobliżu $\omega 0$ (x=1) przebieg dość płaski.

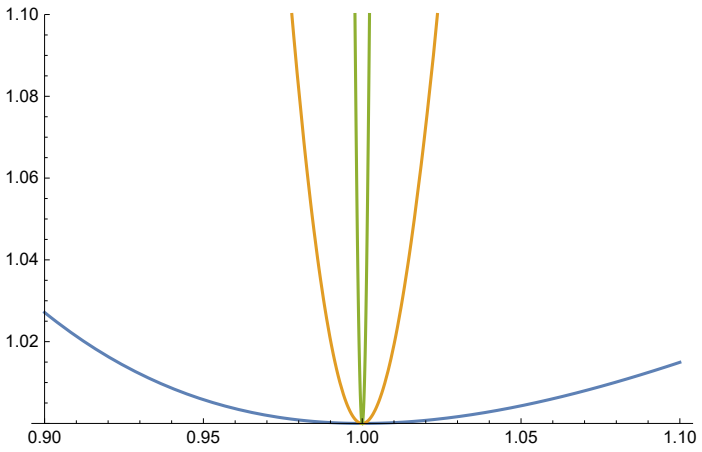
In[ ]:=
```
Plot[{Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 1}], Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 10}],
 Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 100}]}, {x, 0.5, 1.5}, PlotRange → {0.99, 1.1}]
```
wykres | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | zakres wykresu

Out[ ]=



In[•]:=
```
Plot[{Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 1}], Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 10}],
 Abs[R + i Q R (-1 + x^2)/x^2 /. {R → 1, Q → 100}]}, {x, 0.9, 1.1}, PlotRange → {1, 1.1}]
```
wykres | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | wartość bezwzględna | zakres wykresu

Out[•]=



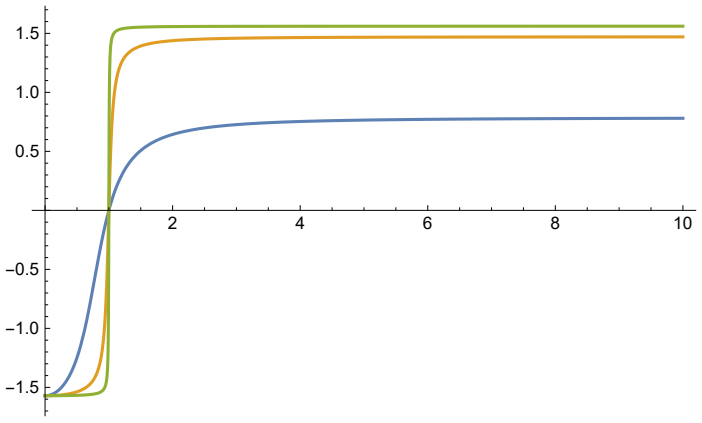
A teraz zbadamy fazę impedancji wypadkowej obwodu:

In[•]:=
```
zn = Simplify[z //. {ω → x ω0, C → 1/(ω0^2 L), L → R Q/ω},
 Assumptions → {L > 0, , R > 0, ω0 > 0}]
```
uprość | stała | założenia

Out[•]=
$$R + \frac{i\,Q\,R\,\left(-1+x^2\right)}{x^2}$$

In[•]:=
```
Plot[{Arg[zn] /. {R → 1, Q → 1}, Arg[zn] /. {R → 1, Q → 10}, Arg[zn] /. {R → 1, Q → 100}},
 {x, 0, 10}, PlotRange → All]
```
wykres | argument liczby zespolonej | argument liczby zespolonej | argument liczby zespolonej | zakres wykresu | wszystko

Out[•]=



In[•]:=
```
Limit[Arg[zn] /. {R → 1, Q → 100}, x → 0]
```
granica | argument liczby zespolonej

Out[•]=
$$-\frac{\pi}{2}$$

In[•]:=
```
Limit[Arg[zn] /. {R → 1, Q → 100}, x → Infinity]
```
granica argument liczby zespolonej nieskończono

Out[•]=
```
ArcTan[100]
```

In[•]:=
```
Limit[Arg[zn] /. {R → 1}, {x → Infinity, Q → Infinity}]
```
granica argument liczby zespolonej nieskończoność nieskończonoś

Out[•]= $\frac{\pi}{2}$

Tzn. poniżej pulsacji rezonansowej obwód ma charakter pojemnościowy a powyżej $\omega 0$ - indukcyjny (tym bardziej im dobroć cewki jest większa).